

**IPE-USP: Microeconomia e Complexidade**

**Prof. Jorge Soromenho**

## **A Questão do Agente Representativo**

**Tomas N. Rotta**

**Julho/2006**

Conteúdo:

1. Introdução
2. Construindo o Problema do Agente Representativo
3. Propriedades do Equilíbrio Competitivo
4. Equilíbrio Competitivo Intertemporal para Um Consumidor
5. Equilíbrio Competitivo Intertemporal para Diversos Consumidores
6. Implicações e Limites do Agente Representativo

## 1. Introdução

Com a **Revolução Marginalista** na ciência econômica na segunda metade do século XIX, com a introdução do ferramental advindo da Física Newtoniana, e com a contribuição de autores como Jevons (Inglaterra), Menger (Áustria) e Walras (França), a teoria de equilíbrio geral assume importância central nos estudos econômicos. E ganha destaque, dentro de tal paradigma, a questão do **individualismo metodológico**: a análise crucial passa a ser o entendimento dos processos individuais de decisão racional, pois deve-se partir dos indivíduos devidamente atomizados para chegarmos às relações sociais e econômicas. Entenderemos os mecanismos de mercado pela agregação de suas partes constituintes. Assim, temos duas tarefas: a análise do comportamento individual, isto é, das escolhas em face de restrições (com sinalizações de preços e quantidades); e, a análise da interação entre os agentes via agregação das demandas individuais (que deve implicar em zeragem da demanda agregada excedente da economia).

No campo de estudo de equilíbrio geral, a idéia clássica (Smith, Ricardo, Stuart Mill, Quesnay, etc.) de condições de reprodução é transformada num ideal de **consistência de planos intertemporais**. Em outras palavras, a idéia dos economistas clássicos de equilíbrio de longo prazo como equilíbrio que reproduz as condições do sistema descentralizado de mercado é suplantada pela idéia de equilíbrio competitivo como vetor de preços que gera uma compatibilidade intertemporal dos planos de consumo dos vários agentes.

Nas próximas seções veremos como a economia conseguiu minimizar dificuldades analíticas pela criação de um artifício matemático conhecido como Agente Representativo.

## 2. Construindo o Problema do Agente Representativo

Buscaremos agora as fundamentações analíticas necessárias para construirmos o Agente Representativo, levando em contas alguns pontos centrais:

- (a) Como pode um único agente representar algo de diferente de si mesmo, se este outro não está presente?
- (b) Como entender o mecanismo de trocas entre indivíduos simetricamente iguais? Como conceber o processo de competição com um único agente?
- (c) Quando é que podemos tratar a função de Demanda Agregada como se ela tivesse sido gerada por um Agente Representativo fictício, cujas preferências podem ser usadas como uma medida de Bem-Estar geral da sociedade?

Devemos compreender que, por detrás deste Agente Representativo, existe uma metodologia que nos permite afirmar que uma sociabilidade característica de uma economia em constante competição entre agentes heterogêneos pode ser sintetizada em um único indivíduo representativo.

Podemos afirmar que existe um **Agente Representativo (AR)** se existe uma relação de preferência  $\prec$  em  $R_+^L$  tal que a função DA  $x(p,w)$  é exatamente a função de demanda Walrasiana gerada por tal relação de preferência:

$$x(p,w) \succ x \quad \text{quando } x \neq x(p,w) \text{ e } p \cdot x \leq w$$

Isto é, o AR é um indivíduo fictício cujo problema de maximização de utilidade quando confrontado com a restrição orçamentária  $\{x \in R_+^I : p \cdot x \leq w\}$  da sociedade gera a função de DA. Assim, trataremos a DA como sendo uma demanda individual. Lembrando que a função de DA  $x(p,w)$  depende de certas regras de distribuição de renda.

Agora precisamos de uma medida de bem-estar social. Vamos pensar na famigerada função Bergson-Samuelson: uma **função de bem-estar social** é uma função  $W: R^I \rightarrow R$  que atribui um valor de utilidade a cada vetor  $(u_1, \dots, u_I) \in R^I$  de níveis de utilidade para os I consumidores desta economia. Assumimos que tal função seja crescente, côncava e diferenciável.

Vejamos agora o **problema do Planejador Central (PPC)**. Imaginemos que existe um processo via uma autoridade central tal que, para qualquer dado vetor  $p$  de preços e nível de riqueza agregado  $w$ , redistribua tal riqueza com o objetivo de maximizar o bem-estar social: para qualquer  $(p,w)$ , a distribuição de riqueza  $[w_1(p,w), \dots, w_I(p,w)]$  soluciona

$$\text{Max } W[ v_1(p,w_1), \dots, v_I(p,w_I) ]$$

$$\text{sujeito a: } \sum w_i \leq w$$

no qual  $v_i(p,w)$  é a função de utilidade indireta.

O valor ótimo do PPC define uma função de utilidade social indireta  $v(p,w)$ , a qual atribui um AR para a função de DA  $x(p,w) = \sum x_i(p, w_i(p,w))$ .

Dada a família  $u_i(\cdot)$  de funções utilidades contínuas representando as relações de preferência de I consumidores, podemos capturar os possíveis vetores de utilidade de uma economia através do **Conjunto de Possibilidades de Utilidade (U)**:

$$U = \{ (u_1, \dots, u_I) \in R^I : \text{existe uma alocação factível } (x,y) \text{ tal que} \\ u_i \leq u_i(x_i) \text{ para } i = 1, \dots, I \}$$

Pela definição da otimalidade de Pareto, as utilidades de uma alocação ótima de Pareto devem pertencer à fronteira do conjunto de possibilidades de utilidade. Agora, vamos definir a **Fronteira de Pareto (UP)**:

$$UP = \{ (u_1, \dots, u_I) \in U : \text{não existe } (u'_1, \dots, u'_I) \in U \text{ tal que } u'_i \geq u_i \\ \text{para todo } i, \text{ e } u'_i > u_i \text{ para algum } i \}$$

Por conseguinte, uma alocação factível  $(x,y) = (x_1, \dots, x_I, y_1, \dots, y_I)$  é Pareto ótima  $\Leftrightarrow [u_1(x_1), \dots, u_I(x_I)] \in UP$

Suponha que os ideais de distribuição de uma sociedade possam ser sintetizados numa **função de bem-estar**  $W(u_1, \dots, u_I)$  que designa valores de utilidade social para os

possíveis vetores de utilidade dos I consumidores. Vamos usar uma simples função com **forma linear**:

$$W(u_1, \dots, u_I) = \sum (\lambda_i) u_i \quad \text{ou} \quad W(u) = \lambda u$$

Para constantes  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_I) \geq 0$  que representam os pesos das utilidades no cômputo de W (sendo que W é não-decrescente em u).

Como temos uma função de bem-estar social linear, podemos escolher pontos no conjunto de possibilidade de utilidade U que maximizem nossa medida de bem-estar. Analiticamente teremos o seguinte **problema de maximização de bem-estar social (MBES)** ou **PPC**:

$$\text{Max}_{u \in U} W(u) = \lambda u$$

E chegaremos ao seguinte resultado: se  $u^* = (u_1^*, \dots, u_I^*)$  é uma **solução do problema de MBES (ou PPC)** com  $\lambda \gg 0$ , então  $u^* \in UP$ ; isto é,  $u^*$  é o vetor de utilidade de uma alocação ótima de Pareto. Ademais, se U for convexo, então para qualquer  $\hat{u} \in UP$ , existe um vetor  $\lambda \geq 0$ ,  $\lambda \neq 0$ , tal que  $\lambda \hat{u} \geq \lambda u$  para todos os  $u \in U$ , isto é, tal que  $\hat{u}$  seja uma solução do problema MBES.

Assim, para **economias com U convexo**, todo máximo de uma função linear de bem-estar social com pesos  $\lambda \gg 0$  é Pareto ótimo, e toda alocação ótima de Pareto (e, logo, todo equilíbrio Walrasiano) é um ótimo de bem-estar social para alguns pesos  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_I) \geq 0$ . Se U não for convexo, não podemos ter certeza de que um ótimo de Pareto também será um máximo de uma função linear de bem-estar social.

### 3. Propriedades do Equilíbrio Competitivo

Dada uma economia de propriedade privada, uma alocação  $(x^*, y^*)$  e um vetor de preços  $p = (p_1, \dots, p_L)$  constituem um **Equilíbrio Walrasiano** se:

- (a) Para todo j,  $y_j^* \in Y_j$  maximiza lucros em  $Y_j$ :  $p \cdot y_j \leq p \cdot y_j^*$  para todo  $y_j \in Y_j$
- (b) Para todo i,  $x_i^* \in X_i$  é máximo para as I relações de preferências no conjunto restrição orçamentária  $\{x_i \in X_i: p \cdot x_i \leq p \cdot w_i + \sum \theta_{ij} \cdot p \cdot y_j^*\}$
- (c)  $\sum x_i^* = \sum w_i + \sum y_j^*$

Em seguida temos:

**Teorema 17.B.2:** Suponha que, para todo consumidor i,  $X_i = R_+^L$ , com relações de preferências contínuas, estritamente convexas e fortemente monotônicas. Suponha que  $\sum w_i \gg 0$ . Então a **função de Demanda Agregada Excedente (DAE)**  $z(p)$ , e definida para todo  $p \gg 0$ , apresenta as seguintes propriedades:

- (a)  $z(\cdot)$  é contínua
- (b)  $z(\cdot)$  é homogênea de grau zero
- (c)  $p \cdot z(p) = 0$  para todo  $p$  (Lei de Walras)
- (d) Existe  $s > 0$  tal que  $z_l(p) \leq -s$  para todo bem  $l$  e todo  $p$ ;
- (e) Se  $p^n \rightarrow p$ ,  $p \neq 0$  e  $p_l = 0$  para algum  $l$ , então  $\text{Max} \{z_1(p^n), \dots, z_l(p^n)\} \rightarrow \infty$ .

Supondo que  $z(p)$  é uma função definida para todo vetor de preços estritamente positivo  $p \in \mathbb{R}_+^L$ , e que satisfaz todas condições do Teorema 17.B.2 acima. Então **o sistema de equações  $z(p) = 0$  tem solução**. Logo, **um equilíbrio Walrasiano existe em qualquer economia de trocas puras na qual  $\sum w_i \gg 0$** , e todo consumidor tem preferências contínuas, estritamente convexas e fortemente monotônicas.

Além disso, sabemos que qualquer vetor de preços regular de equilíbrio é localmente isolado (ou localmente único). Assim, sob algumas hipóteses gerais (como propriedades de convexidade), um equilíbrio competitivo existe e o número de equilíbrios é tipicamente finito.

Entretanto, o **Teorema de Sonnenschein-Mantel-Debreu (SMD)** nos diz que, em geral, não é possível impor maiores restrições sobre a demanda excedente além daquelas já apresentadas no Teorema 17.B.2, e logo, nenhuma restrição adicional sobre as características do equilíbrio Walrasiano pode ser esperada. **Para qualquer coleção de vetores de preços é possível encontrar uma economia com  $L$  consumidores para a qual estes vetores de preços são vetores de preços de equilíbrio**. Isto é, para derivar mais restrições sobre os equilíbrios Walrasianos será necessário apelar para hipóteses adicionais bem fortes (como validade do Axioma Fraco de preferência revelada, Substituição Bruta, ou economia sem trocas). Isto é, nem o Axioma Fraco pode ser garantido no nível agregado com as hipóteses usuais.

Apesar da existência do equilíbrio competitivo ter sido provada com o uso dos teoremas de ponto fixo de Kakutani e Brouwer, as implicações sobre a questão de sua computabilidade são mais complicadas. Numa economia de trocas com propriedade privada, podem existir diversos equilíbrios que solucionem  $z(p)=0$ , mesmo com agentes com preferências bem-comportadas. Ademais, devemos também levar em consideração se as interações entre tais agentes podem produzir uma trajetória que leve a economia para um equilíbrio. E, como veremos em seguida, tal questionamento se tornou um ponto fraco da teoria de equilíbrio geral.

Se um planejador central garante que a renda seja sempre distribuída para maximizar uma função de bem-estar estritamente côncava, então a economia admite um AR normativo, e o equilíbrio competitivo certamente será único e correspondente ao único ótimo de Pareto desta economia de um agente. Porém, tal raciocínio não se aplica no presente arcabouço, já que aqui a renda é derivada de dotações iniciais, e, somente por coincidência, tal distribuição de dotações corresponderá a uma maximização da função de bem-estar social.

Se pensarmos nas trajetórias de equilíbrio, como o mecanismo do **Leiloeiro Walrasiano**:  $\dot{p}_l = c_l \cdot z_l(p)$  para todo  $l$  (no qual  $c_l > 0$  é uma constante de velocidade de ajuste), para uma economia com mais de duas mercadorias, veremos que nada podemos garantir sobre o comportamento dos equilíbrios da economia. Chegaremos a equilíbrios localmente instáveis (como focos repulsores e pontos de sela), pontos localmente

estáveis, ou até mesmo partiremos de vetores iniciais de preços que nunca convergirão para qualquer equilíbrio.

#### 4. Equilíbrio Competitivo Intertemporal para Um Consumidor

Vamos adentrar agora em questões concernentes ao equilíbrio Walrasiano quando passamos a considerar a dimensão temporal. Aqui o horizonte de tempo passa a ser infinito e o processo de produção leva tempo para se concretizar. Para tornar a questão tratável analiticamente, iremos estabelecer alguns pressupostos:

- (1) As trajetórias de consumo  $c=c(c_0, \dots, c_t, \dots)$  são restritas;
- (2) **Função de utilidade intertemporal** da forma:

$$V(c) = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t u(c_t) \quad (\delta < 1)$$

- (3) Estacionariedade de  $V(c)$ ;
- (4) **Aditividade separadora**: o consumo em um período independe da trajetória de consumo passado, e a trajetória de consumo independe das expectativas de consumo para os períodos futuros;
- (5) Um período de tempo é definido como o intervalo no qual os preços possam ser tomados como dados;
- (6) **Utilidade recursiva**: a taxa marginal de substituição de utilidade presente por utilidade futura é sempre  $\delta$  e é independente dos níveis de utilidade tanto do presente quanto do futuro. Além de que a função utilidade se mantém a mesma ao longo dos períodos;
- (7) Algum grau de altruísmo e impaciência: gerações presentes se preocupam, porém em menor grau, com as gerações futuras. Como  $\delta < 1$ , o futuro vale menos que o presente;
- (8) Conjunto de produção é fechado, convexo, respeita “no free lunch” e “free disposal”;
- (9) Produção envolve dois períodos, e **todo capital é circulante** (não há capital fixo)
- (10) Possibilidade de truncagem: pode-se usar insumos sem produzir nada no período imediatamente seguinte.

Assim estamos preparados para enunciar alguns dos principais resultados que versam sobre questões de eficiência intertemporal.

Se a trajetória de produção  $(y_0, \dots, y_t, \dots)$  é **maximizadora míope de lucro** com respeito a seqüência de preços  $(p_0, \dots, p_t, \dots) \gg 0$  e se a trajetória de produção satisfaz a **condição de transversalidade (CT)**  $p_{t+1} \cdot y_{at} \rightarrow 0$ , então  $(y_0, \dots, y_t, \dots)$  é **eficiente**. Em outras palavras: maximização de lucros não implica em eficiência num horizonte infinito de tempo, pois podemos ter um processo de **sobre-acumulação de capital**. Não obstante, a CT elimina tal caso de sobre-acumulação e indica que maximização de lucro implica em eficiência. Logo, uma objeção que pode ser feita aqui é que a **CT é uma condição ad hoc, isto é, que não é fruto das decisões racionais dos agentes**.

Assim, uma versão parecida com o Primeiro Teorema do Bem-Estar Social (PTBES) se mantém no caso intertemporal. Vale ressaltar que, como temos interdependência entre períodos e como todo capital é circulante, a maximização míope de lucros implica em maximização intertemporal de lucros. Caso tivéssemos capital fixo, por exemplo, então haveria dependência entre as decisões de produção.

Neste quadro que leva em conta a dimensão temporal, o **Agente Representativo** ganha uma interpretação mais rica. Vamos construí-lo (nesta e na próxima seções), assumindo que  $u(\cdot)$  é estritamente côncava, diferenciável e com UMg positivas em seu domínio. O sistema de preços é completo, inclusive de preços futuros: existem mercados futuros para todos os bens (previsão perfeita) e preços são medidos em termos de valor presente. Todas as trajetórias de produção e consumo serão restritas.

Aqui, a **condição de transversalidade (CT)** é equivalente ao valor total do consumo não ser estritamente inferior a renda total, isto é, não há escape de poder de compra no infinito.

A trajetória de produção  $(y_0^* \dots y_t^* \dots)$ ,  $y_t^* \in Y$  e a seqüência de preços  $p$  constituem um **Equilíbrio Walrasiano** se:

- (a) Factibilidade :  $c_t^* = y_{a,t-1}^* + y_{b,t}^* + w_t \geq 0$  para todo  $t$
- (b) Maximização míope de lucros : Para todo  $t$  :  $\pi_t = p_t \cdot y_{b,t}^* + p_{t+1} \cdot y_{a,t}^* \geq p_t \cdot y_b + p_{t+1} \cdot y_a$ , para todo  $y = (y_b, y_a) \in Y$
- (c) A trajetória de consumo  $(c_0^*, \dots, c_t^*, \dots)$  resolve o problema:

$$\text{Max } \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t u(c_t)$$

$$\text{sujeito a: } \sum p_t \cdot c_t \leq \sum \pi_t + \sum p_t \cdot w_t$$

Sendo que no equilíbrio vale a igualdade, isto é, **no equilíbrio Walrasiano a condição de transversalidade é satisfeita**. Como um equilíbrio Walrasiano é maximizador míope de lucros e satisfaz a CT, então ele também será eficiente. Além do mais, pode-se ver que a trajetória de consumo é induzida pelo processo produtivo:  $c_t = y_{a,t-1} + y_{b,t} + w_t$ , o que já denota uma condição de equilíbrio.

Se fizermos certas hipóteses sobre  $V(c)$  que garantam resultados bem-comportados, isto é, que o exercício de  $\text{Max } V(c)$  use a restrição  $\sum p_t \cdot c_t = \sum \pi_t + \sum p_t \cdot w_t$  ativamente, podemos garantir que não há escape de riqueza, logo vale a CT. E, valendo a CT, o equilíbrio competitivo será eficiente. A priori não sabemos se o equilíbrio competitivo é eficiente ou não; isto vai depender da CT ou de hipóteses sobre  $V(c)$ .

Neste caso de apenas um consumidor, a **otimalidade de Pareto** simplesmente significa que o equilíbrio resolve o **Problema de Maximização de Utilidade (PMU)** ou **Problema do Planejador Central (PPC)** sujeito a uma restrição dada pela tecnologia e pelas dotações dos agentes:

$$\text{Max } \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t u(c_t)$$

sujeito a:  $c_t = y_{a,t-1} + y_{b,t} + w_t \geq 0$  e  $y_t \in Y$  para todo  $t$ .

Assim, **qualquer trajetória de Equilíbrio Walrasiano** ( $y_0^* \dots y_t^* \dots$ ) resolve o PPC. Logo, temos uma versão intertemporal do **Primeiro Teorema do Bem-Estar Social**.

E se pensarmos a volta, isto é, se pensarmos as condições para que também valha o **Segundo Teorema do Bem-Estar**? Uma solução do PPC também é um equilíbrio competitivo? Sim, podemos responder afirmativamente a esta pergunta, porém sujeito a algumas considerações sobre o bom comportamento do sistema de preços (condições de regularidade das trajetórias). Se a trajetória ( $y_0^* \dots y_t^* \dots$ ) resolve o PPC e se ela fornece uma trajetória de consumo estritamente positiva, então tal trajetória é de equilíbrio competitivo para alguma seqüência de preços.

Portanto, chegamos a um resultado importante que tem implicações sobre a existência, unicidade e cômputo dos equilíbrios Walrasianos. **A questão sobre a existência do equilíbrio competitivo pode ser reduzida à possibilidade de resolvermos um problema de otimização intertemporal: transferimos o problema de mostrar a existência do equilíbrio Walrasiano à questão de resolvermos o Problema do Planejador Central:**

- (a) **Existência do equilíbrio:** se as trajetórias de consumo geradas por todas as trajetórias factíveis forem restritas, então o PPC é devidamente maximizado, ou seja, existe uma trajetória factível que proporciona utilidade ao menos tão grande quanto a utilidade correspondente a qualquer outra trajetória factível.
- (b) **Unicidade do equilíbrio:** O PPC tem no máximo uma trajetória de consumo como solução.

## 5. Equilíbrio Competitivo Intertemporal para Diversos Consumidores

Até o presente momento somente lidamos com um tipo de consumidor. Porém, para tornar nossa análise ainda mais rica, vamos considerar o caso com  $I$  consumidores. Como antes, a constituição de um equilíbrio Walrasiano depende das mesmas condições, porém com a ressalva de introduzirmos os sub-índices “ $i$ ” para cada agente e  $\theta_{ti}$  como a participação de cada uma deles nos lucros do período  $t$ .

Novamente, vale o **Primeiro Teorema do Bem-Estar: uma alocação de equilíbrio competitivo é ótima de Pareto**. Além do mais, vimos anteriormente que, sob a hipótese de funções de utilidade côncavas, **uma alocação ótima de Pareto pode ser vista como uma solução do PPC**. Sabemos dos itens anteriores que a função objetivo do Planejador Central é uma soma ponderada das utilidades dos  $I$  agentes:

$$W(u_1, \dots, u_I) = \sum (\lambda_i u_i) \quad \text{ou} \quad W(u) = \lambda u$$

O já visto **problema de maximização de bem-estar social (MBES) ou PPC**:

$$\text{Max}_{u \in U} W(u) = \lambda u$$

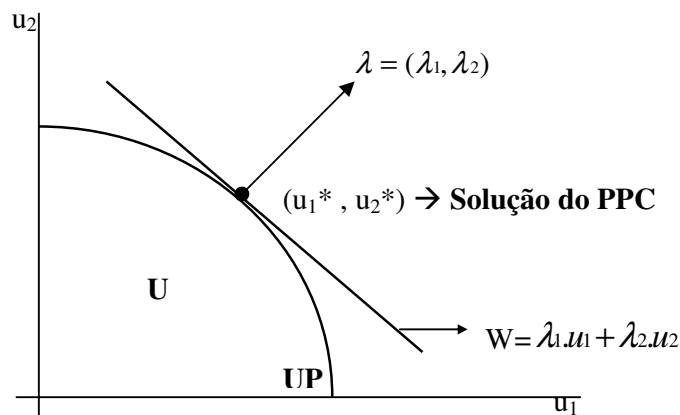
e sua correspondente solução se aplicam também ao caso de horizonte infinito com diversos agentes. A finalidade do Planejador Central é dar pesos certos para as utilidades dos diferentes indivíduos a fim de que o equilíbrio resultante seja um equilíbrio Walrasiano.

Logo, como nossos resultados anteriores para o caso de uma economia com um único agente aplicam-se para o caso de horizonte infinito, e como temos uma relação entre otimalidade de Pareto, equilíbrio competitivo, Primeiro e Segundo Teoremas do Bem-Estar e o PPC, chegaremos a **uma implicação metodológica: as trajetórias de preços, consumo e produção agregados de um equilíbrio Walrasiano correspondem exatamente ao caso de uma economia com um certo único agente, mais conhecido como Agente Representativo**. Vejamos.

Suponha que  $(y_0^* \dots y_t^* \dots)$  e que  $(p_0, \dots, p_t, \dots)$  sejam trajetórias de equilíbrio Walrasiano de uma economia com I consumidores. Então existem pesos  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_I) \gg 0$  tal que  $(y_0^* \dots y_t^* \dots)$  e  $(p_0, \dots, p_t, \dots)$  sejam **um equilíbrio Walrasiano para uma economia de um único agente (AR)** definida por  $\sum \delta^t u(c_t)$ , na qual  $u(c_t)$  é a solução para:

$$\begin{aligned} \text{Max } & \sum \lambda_i u_i(c_{ti}) \\ \text{sujeito a: } & \sum c_{ti} \leq c_t \end{aligned}$$

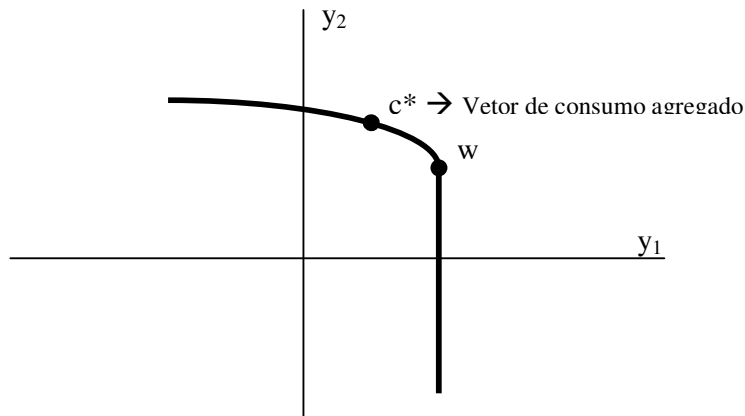
Intuitivamente temos a seguinte figura para o caso de dois consumidores:



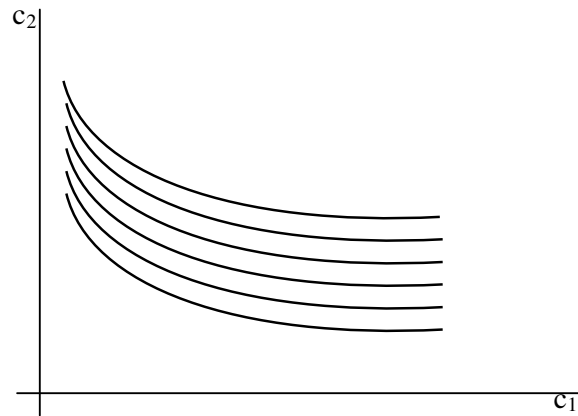
**Figura 1:** Equilíbrio Walrasiano como solução do PPC

Ou seja, existem pesos  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_I) \gg 0$  tais que as trajetórias de consumo de equilíbrio maximizam  $\sum \lambda_i (\sum \delta^t u_i(c_{it}))$  em todas as trajetórias factíveis de consumo. **Tal trajetória de equilíbrio de consumo agregado resolve o PPC.** A solução do PPC é encontrar  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_I)$  que atribua pesos para  $u_i$  tal que o  $W$  resultante tangencie a Fronteira de Pareto UP.

Vejamos os passos para a construção do AR para dois consumidores:

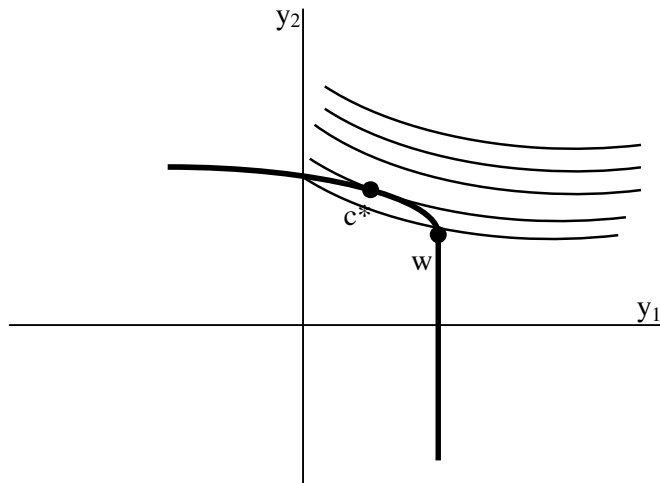


**Figura 2:**  $(c^*, y^*)$  é alocação Pareto-ótima, e eventualmente um equilíbrio competitivo



**Figura 3:** Mapa de indiferença dos agentes 1 e 2

Fazendo uma composição das figuras 1, 2 e 3, chegaremos à figura 4 abaixo (na qual a alocação ótima de Pareto também é um equilíbrio Walrasiano, pois é solução do PPC), que mostra como o AR é um mapa de curvas de indiferença, determinado pelos pesos  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_I)$  que representa os consumos agregados:



**Figura 4:** mapa de indiferença tangenciando o equilíbrio competitivo ótimo de Pareto

Assim, eu tenho **um AR para cada equilíbrio**, apesar de podermos ter vários equilíbrios: se o Planejador Central muda os pesos  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_l)$ , então o AR passa a ser outro, sendo que cada mapa de indiferença tem implícito os pesos de um equilíbrio Walrasiano. Então, vemos que **o AR não representa a economia, mas sim uma situação de equilíbrio desta economia.**

Em suma, vemos que os resultados derivados para o caso de um consumidor podem ser estendidos para o caso de diversos consumidores. Em Mas-Collel (1995, pg 768), encontramos a seguinte distinção entre propriedades internas e externas de um equilíbrio:

- (a) Propriedades Internas: são aquelas que se referem somente à estrutura de um equilíbrio em referência consigo mesmo (convergência, etc.)
- (b) Propriedades Externas: se referem a como o equilíbrio se relaciona com outras possíveis trajetórias de equilíbrio (unicidade, estabilidade local, etc.)

Nossas asserções anteriores indicam que, **em razão da otimalidade de Pareto, as propriedades internas do equilíbrio de uma economia com diversos agentes são as mesmas da economia associada com Agente Representativo.** Contudo, os resultados derivados para o caso de um consumidor não devem ser levados além de suas propriedades internas, afinal **os pesos  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_l)$  que definem o PPC dependem do equilíbrio em questão.** Isto é, **teremos um vetor de pesos para cada equilíbrio**

**associado.** Logo, é possível termos mais de um equilíbrio, cada um sendo ótimo de Pareto e suportado por pesos  $(\lambda_1, \dots, \lambda_I)$  diferentes.

## 6. Implicações e Limites do Agente Representativo

Os economistas, e principalmente os macroeconomistas, da segunda metade do século XX fizeram largo uso de modelos que pressupunham que as escolhas de agentes heterogêneos possam ser consideradas como as escolhas de um representante maximizador de utilidade, cujas escolhas coincidem com as escolhas agregadas de seus “representados”. Entretanto, autores como Alan Kirman (1992), não recebem com tanta facilidade tal argumento. Podemos sintetizar seus pontos essenciais:

- (1) A redução do comportamento de agentes heterogêneos maximizadores de utilidade pode em muito levar a conclusões descabidas ou até completamente erradas;
- (2) Maximização individual não implica racionalidade agregada, e racionalidade agregada não implica racionalidade individual;
- (3) A reação de um AR em relação a mudanças na economia não necessariamente é a mesma da reação agregada dos indivíduos “representados”. Logo, o AR não deve ser usado para fins normativos;
- (4) As complexas interações entre os diversos agentes heterogêneos não devem ser reduzida ao comportamento de um único representante;
- (5) O modelo de equilíbrio geral não apresenta um modelo adequado de como agentes formam os preços em competição perfeita;
- (6) O AR é usado para prover a estabilidade e a unicidade do equilíbrio, que não são garantidos pelo modelo de equilíbrio geral. Em tal modelo, agentes racionais bem informados estão constantemente arbitrando para trazer a economia de volta ao equilíbrio. E, se este é o caso, cada agente deve ao menos diferir em relação às suas informações. Assim, deve-se provar que tal arbitragem levará a economia para o equilíbrio, o que não ocorre, pois tal atividade é suposta;
- (7) Efeitos de mudanças de preços sobre a distribuição de renda podem ter resultados importantes em termos de instabilidade do sistema, mas tal ponto é descartado pelo modelo;
- (8) Em modelos com AR, analisa-se os impactos de mudanças na economia através de seus efeitos sobre o novo equilíbrio do AR. Porém, existe um pressuposto implícito de que, após a mudança, as escolhas do AR ainda coincidirão com a escolha agregada dos agentes (além de ignorar considerações distribucionais). E, como mudanças geralmente afetarão os agentes de maneira não-simétrica, o AR construído antes da mudança pode não mais representar a economia depois da mudança;
- (9) É possível que o AR prefira a situação 1 a 2, enquanto que todos os agentes por ele representados preferam estritamente 2 a 1. Embora o AR tome as mesmas decisões do que as decisões agregadas dos indivíduos, as preferências do AR podem contrariar em muito as preferências de seus representados;
- (10) Os microfundamentos requeridos pelos economistas não passam de pseudo-microfundamentos;

- (11) Sempre que um modelo de AR for testado, em verdade estamos testando uma hipótese conjunta: a hipótese comportamental de interesse, e a hipótese de que as escolhas do agregado possam ser descritas como escolhas do AR;
- (12) Dinâmicas complexas no agregado podem surgir de simples comportamentos racionais de indivíduos;
- (13) O Teorema de SMD ainda é válido mesmo quando todos os agentes têm preferências idênticas, logo multiplicidade e instabilidade de equilíbrios ainda são possíveis;
- (14) Pelo contrário, aumentar a dispersão de renda ou das preferências pode ter efeitos estabilizadores. Comportamentos individuais erráticos podem implicar em suavidade do comportamento agregado, se os agentes forem suficientemente diferentes;
- (15) Introduzir heterogeneidade no modelo de equilíbrio geral não é suficiente, pois sua limitação básica é a de que a interação entre agentes opera através de forças anônimas de mercado;
- (16) Com o aumento da complexidade da economia, o AR passa a ser cada vez menos plausível;
- (17) O AR é um artifício matemático e não necessariamente possui sentido econômico.

Em suma, parece que a plausibilidade do AR, apesar de todo o esforço intelectual durante décadas para justificá-lo metodologicamente e aplicá-lo em modelos de diversas origens, está sendo colocada na mira daqueles que advogam que é justamente a falta da explicitação de mecanismos de interação competitiva que retira a grande riqueza de um modelo de equilíbrio geral. Neste sentido, diversos esforços foram canalizados para o que ficou conhecido como análise de sistemas complexos, isto é, sistemas nos quais a heterogeneidade de preferências, limitações de racionalidade, interações estratégicas dos indivíduos, processos auto-organizados e com final em aberto, ganham destaque central na análise econômica.